โพลาริสโคป

Polariscope

ดุลยโชติ ชลศึกษ์

วัตถุประสงค์

1) ศึกษาทำความเข้าใจหลักการโฟโตอีลาสติซิตี้เบื้องต้น

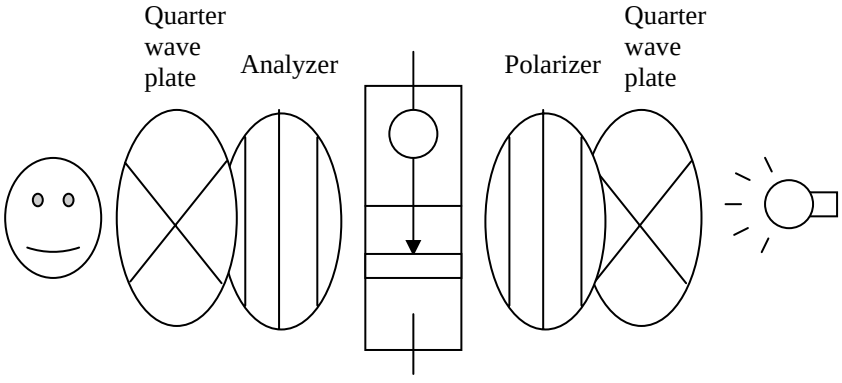
2) ศึกษาวิธีใช้โพลาริสโคปขั้นพื้นฐาน เพื่อวัดความเค้นในวัสดุใส

3) ศึกษาการกระจายความเค้นในวัตถุรูปทรงต่างๆ

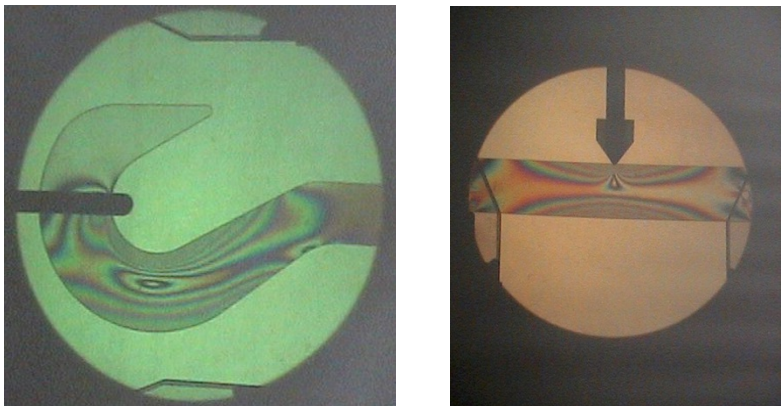
ทฤษฎี

โฟโตอีลาสติซิตี้ (Photoelasticity) เป็นวิธีการวัดความเค้นในวัตถุใสโดยการฉายลำแสงผ่านวัตถุ หลักการเบื้องต้นคือ เมื่อเกิดความเค้นในวัตถุใสจะทำให้ซึ่งทำให้คุณสมบัติในการหักเหแสงของวัตถุนั้นเปลี่ยนไปจากเดิมจากโดยความเค้นหลักในวัตถุ σ_1 และ σ_2 จะทำให้วัตถุมีดัชนีการหักเหแสง (refractive index) ต่างกันสองค่าตามทิศทางของความเค้นหลักทั้งสองซึ่งแตกต่างกันปรากฏการณ์นี้เรียกว่า birefringent เมื่อแสงที่วิ่งผ่านวัตถุถูกแยกออกเป็นสองความเร็วจะทำให้ลำแสงทั้งสองเคลื่อนที่ได้ระยะทางไม่เท่ากัน และเฟสของคลื่นแสงทั้งสองที่วิ่งผ่านวัตถุก็จะแตกต่างกันไปด้วย ซึ่งทำให้เกิดการแทรกสอดขึ้น

เราสามารถมองเห็นปรากฏการณ์แทรกสอดของแสงนี้ได้โดยการมองผ่านชุดฟิลเตอร์ตัดแสง อันประกอบด้วยแผ่นโพลาไรเซอร์ (polarizer), แผ่นอนาไลเซอร์ (analyzer) และ แผ่นควอเตอร์เวฟ (quarter wave plates) ซึ่งจัดเรียงกันดังรูปที่ 1 อุปกรณ์ทั้งหมดนี้รวมเรียกว่าโพลาริสโคป (polariscope)



รูปที่ 1 โพลาริสโคป จัดเรียงเพื่อตัดแสงในแนวระนาบ



รูปที่ 2 ไอโซโครมาติก

เมื่อมีความเค้นเกิดขึ้น การแทรกสอดของแสงจะทำให้จะเกิดแถบแสงสีต่าง ๆเรียกว่า ไอโซโครมาติก (isochromatics) ดังตัวอย่างในรูปที่ 2 แถบสีแต่ละเส้น (fringe) จะเกิดขึ้นทุกครั้งที่มีการเปลี่ยนความยาวคลื่นของแสงไป N เท่าของค่าอ้างอิง เราสามารถหาความสัมพันธ์ของแถบสี กับความเค้นในวัสดุได้ดังนี้

เริ่มแรก พิจารณาการเปลี่ยนเฟสของแสงซึ่งมีความสัมพันธ์กับความเค้นหลักคือ

$$\phi = \frac{2\pi tc}{\lambda}(\sigma_1 - \sigma_2) \tag{1}$$

เมื่อ ϕ คือเฟสที่แตกต่างกันของลำแสง หรือเรียกว่า relative retardation, t คือความหนาของวัตถุ, λ คือความยาวคลื่น และ c คือค่าสัมประสิทธิที่เรียกว่า stress optic coefficient ซึ่งมีหน่วยเป็น N/mm

ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนครั้งที่เกิดแถบสี กับ การเปลี่ยนเฟสของแสงสามารถเขียนได้เป็น

$$N = \frac{\phi}{2\pi} \tag{2}$$

จากนั้นจัดรูปสมการที่ (1) ใหม่โดยย้ายความเค้นมาทางซ้าย และแทนค่า ϕ จากสมการที่ (2) จะได้

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N\lambda}{tc} \tag{3}$$

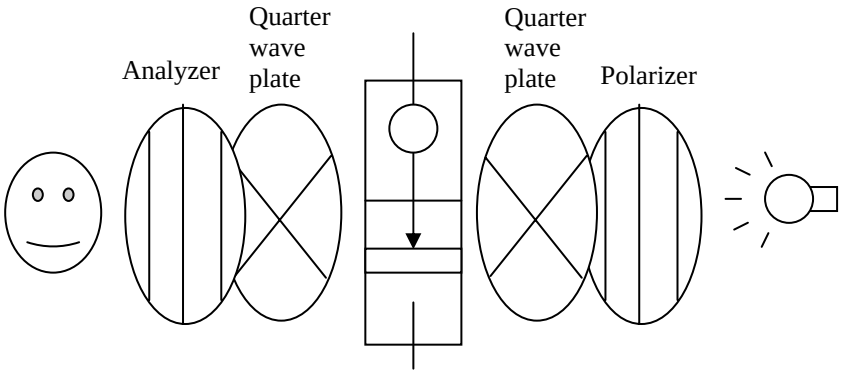
ค่าความยาวคลื่นอ้างอิง λ เป็นค่าคงที่ ขึ้นอยู่กับแสงที่ใช้การทดลอง ขณะที่ ค่า c ขึ้นอยู่ชนิดของกับวัสดุ ดังนั้นเราสามารถกำหนดค่าคงที่ตัวใหม่คือ $\frac{\lambda}{c} = f_S$ และเรียกมันว่า fringe value มีหน่วยเป็น N/mm

สุดท้าย จะเห็นได้ว่าค่า $\sigma_1 - \sigma_2$ ในสมการที่ 3 ก็คือสองเท่าของความเค้นเฉือนสูงสุดในแนวระนาบ ($\tau_{\max}$) นั่นเอง ดังนั้นเราสามรถเขียนสมการที่ (3) ใหม่ให้เป็น

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2\tau_{\max} = \frac{Nf_s}{t} \tag{4}$$

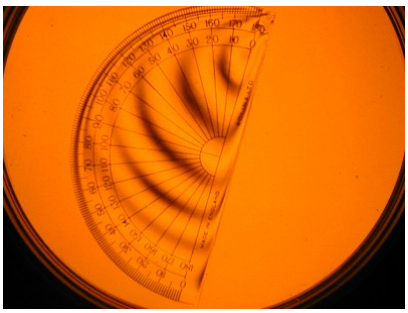
การจัดเรียงแผ่นฟิลเตอร์ตามรูปที่ 1 หากแผ่นโพลาไรเซอร์ และ แผ่นอนาไลเซอร์ มีแนวการตัดแสงตรงกันจะเกิดภาพสว่างเมื่อไม่มีความเค้น (เรียกว่าการติดตั้งแบบ bright field) แต่หากแผ่นทั้งสองอยู่ในแนวตั้งฉากกันจะเห็นเป็นภาพมืด เมื่อไม่มีความเค้น (เรียกว่าการติดตั้งแบบ dark field)

ในการจัดแผ่นฟิลเตอร์ตามรูปที่ 1 จะสามารถแสดงแถบสีอีกชนิดหนึ่งเรียกว่าไอโซคลินิค (isoclinics) ซึ่งจะแสดงให้เห็นถึงแนวบนวัตถุที่ทิศทางของความเค้นหลักทั้งสองอยู่ในทิศทางเดียวกัน แถบไอโซคลินิคจะชัดหรือจางขึ้นอยู่กับทิศทางของฟิลเตอร์ตัดแสง ขณะที่ความชัดเจนของแถบไอโซโครมาติกไม่ขึ้นกับทิศทาง การเห็นแถบทั้งสองพร้อมกันอาจทำให้เกิดความสับสน เราสามารถแยกมันออกจากกันได้โดยการจัดเรียงฟิลเตอร์ในแบบวงกลม (circular polarizer) ดังรูปที่ 3 ซึ่งจะทำให้เราเห็นเฉพาะแถบไอโซโครมาติก เท่านั้น โดยจะเห็นภาพเป็นแบบแถบสว่าง (bright field) ซึ่งเหมาะกับการแสดงผลโดยเครื่องฉายแผ่นใส



รูปที่ 3 โพลาริสโคปจัดเรียงแบบวงกลม

จากหลักการที่กล่าวมาจะเห็นว่าโพลาริสโคป สามารถใช้ตรวจสอบความเค้นแบบ 2 มิติในวัตถุใสได้ โดยจะแสดงผลในรูปของแถบไอโซโครมาติก ซึ่งสามารถใช้วัดค่าความเค้นเฉือนสูงสุด และ แถบไอโซคลินิค ซึ่งบอกทิศทางของความเค้นหลักสูงสุด แม้ว่าในปัจจุบันจะมีวิธีการไฟไนท์เอเลเมนต์ (finite element method) ซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในคำนวณหาความเค้นและความเครียดด้วยคอมพิวเตอร์ได้อย่างรวดเร็ว และ มีความแม่นยำดี แต่ก็ยังมีบางกรณีที่จำเป็นต้องใช้วิธีโฟโตอีลาสติค เช่น ในการตรวจสอบคุณภาพของผลิตภัณฑ์ ที่ทำจากวัสดุใส เช่นใช้ในการ ตรวจหารอยร้าว หรือ ตรวจความเค้นตกค้าง (residual stress) จากการผลิตเป็นต้น รูปที่ 4 แสดงตัวอย่างของแถบสีซึ่งแสดงถึง ความเค้นตกค้าง ในไม้โปรแทคเตอร์อันเกิดมาจากการเย็นตัวของพลาสติกหลังจากการฉีดเข้าแม่พิมพ์



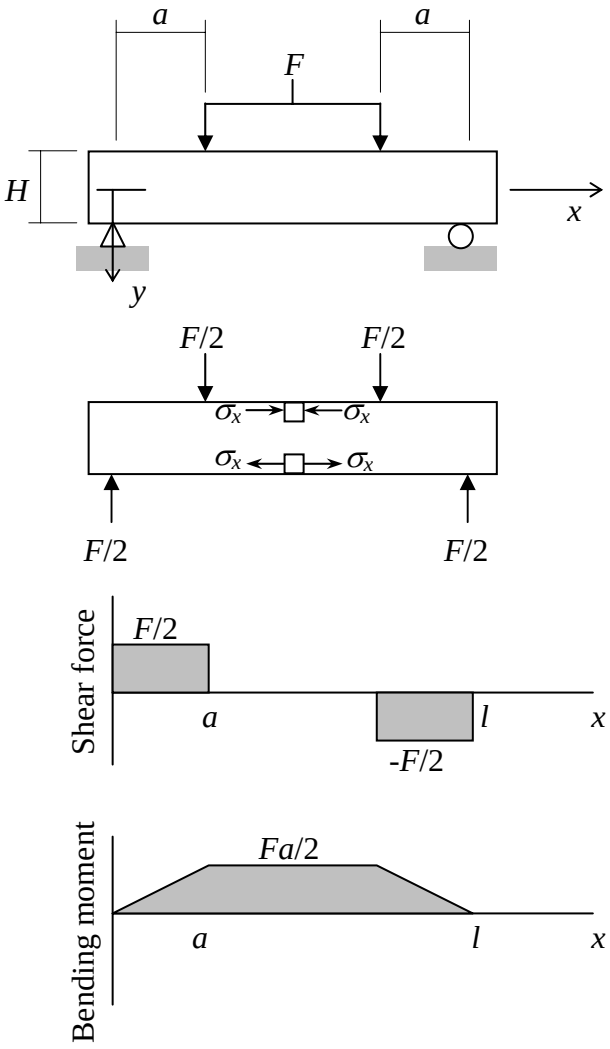
รูปที่ 4 ความเค้นตกค้างในไม้โปรแทคเตอร์ สามารถมองเห็นได้ด้วยโพลาริสโคป

การสอบเทียบอุปกรณ์เพื่อหาค่า f_s และการนับค่า N

ในการใช้งานสมการที่ 4 เพื่อหาความเค้นในวัสดุใสที่มีความหนา t ผู้ใช้จะต้องหา f_s โดยการเปรียบเทียบค่าความเค้นทางทฤษฎีกับ สมการที่ 4 โดยวิธีที่ง่ายที่สุดคือการทำการทดลองทำการดัดคานโดยใช้แรงกระทำ 4 จุด (four-point bending) ดังรูปที่ 5 แล้วเลือกแถบมืดมา 1 แถบ หาค่า N และ ระยะ y ซึ่งสามารถเขียนสมการเพื่อหาความเค้นทางทฤษฎีได้คือ

$$\sigma = \frac{My}{I} \tag{5}$$

โดยที่ โมเมนต์ดัด $M = \frac{Fa}{2}$ และ โมเมนต์ความเฉื่อย $I = \frac{1}{12}tH^3$



(ก) แสดงจุดที่แรงกระทำ

(ข) Free body diagram, stressed elements

(ค) Shear force diagram

(ง) Bending moment diagram

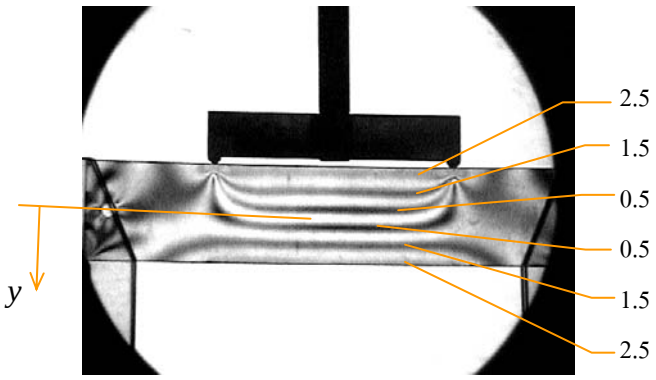
รูปที่ 5 การดัดคานโดยใช้แรงกระทำ 4 จุด

เนื่องจากการดัดดังรูปที่ 5 ทำให้เกิดเฉพาะความเค้นตั้งฉากในแนว x โดยไม่มีความเค้นเฉือน ในบริเวณ $a < x < l - a$ ความเค้นดังกล่าวจึงเป็นความเค้นหลัก σ_1 โดยที่ σ_2 = 0 เมื่อนำสมการที่ 4 มาเท่ากับสมการที่ 5 จะได้ $\frac{Nf_s}{t} = \frac{My}{I}$ หรือ $f_s = \frac{Myt}{NI}$ แทนค่า *M* และ *I* ลงในสมการจะได้

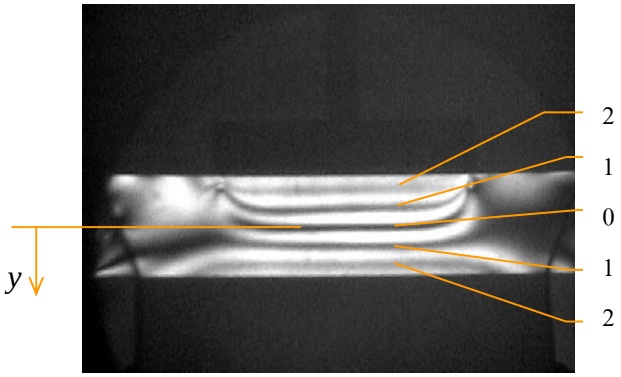
$$f_s = \frac{6Fay}{NH^3} \tag{6}$$

หากทดลองใส่แรงกด F ,เลือกนับแถบ N ใดๆ แล้ววัดระยะ y สำหรับแถบนั้นๆ แทนค่าลงในสมการที่ 6 ก็จะได้ค่า f_s ซึ่งสามารถ นำไปใช้ได้กับชิ้นงานอื่นๆ ที่ทำจากวัสดุเดียวกันกับคานนี้ โดยแทนค่าลงในสมการที่ 4

ในการนับค่า N จะต้องคำนึงถึงลักษณะการจัดฟิลเตอร์ กล่าวคือ หากใช้การจัดแบบ dark field แถบมืดที่ตรงกับจุดที่มีความเค้นเป็นศูนย์นับเป็นแถบที่ 0 และแถบมืดถัดไปก็นับค่า N เป็น 1, 2, 3 ไปเรื่อยๆ จนแถบที่ส่วนถ้าใช้การจัดแบบ bright field จุดที่ไม่มีความเค้นจะปรากฏเป็นแถบสว่าง การนับแถบมืดจะให้ค่า N เป็น 0.5, 1.5, 2.5,... ดังตัวอย่างในรูปที่ 6ก และ 6ข



(ก) bright field



(ข) dark field

รูปที่ 6 การนับแถบเส้นไอโซโครมาติกจากการทดลองดัดคานโดยใช้แรงกระทำ 4 จุด

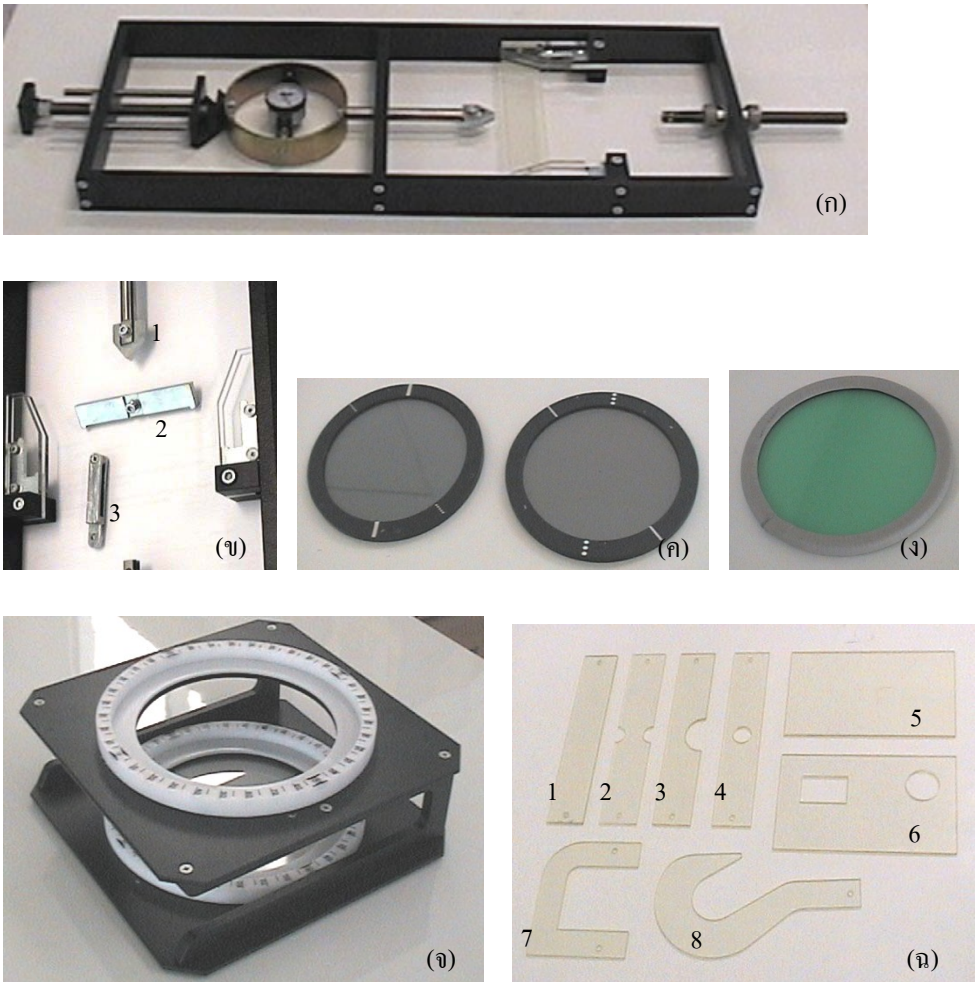
อุปกรณ์

ชุดทดลอง FL210 Overhead Polariscope ของ Gunt ดังแสดงในรูปที่ 7 ประกอบด้วย

- แท่นยึดจับชิ้นทดสอบ พร้อมมาตรวัดแบบหมุน (dial gauge) (รูปที่ 7ก)
- หัวกระจายแรงแบบต่างๆ (รูปที่ 7ข)
- แผ่นฟิลเตอร์แบบ โพลาไรซ์ + ควอเตอร์เวฟ จำนวน 2 แผ่น (รูปที่ 7ค)
- แผ่นฟิลเตอร์สีเขียว จำนวน 1 แผ่น (รูปที่ 7ง)
- แท่นวางแผ่นฟิลเตอร์ (รูปที่ 7จ)
- ชิ้นทดสอบ (รูปที่ 7ฉ)

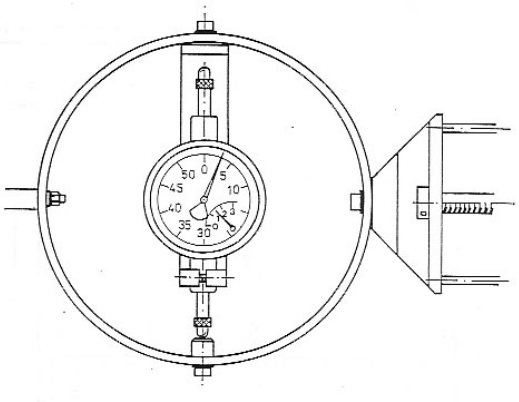
อุปกรณ์อื่นๆที่ใช้ในการทดลองได้แก่

- เครื่องฉายแผ่นใส
- กล้องถ่ายภาพแบบดิจิตอล



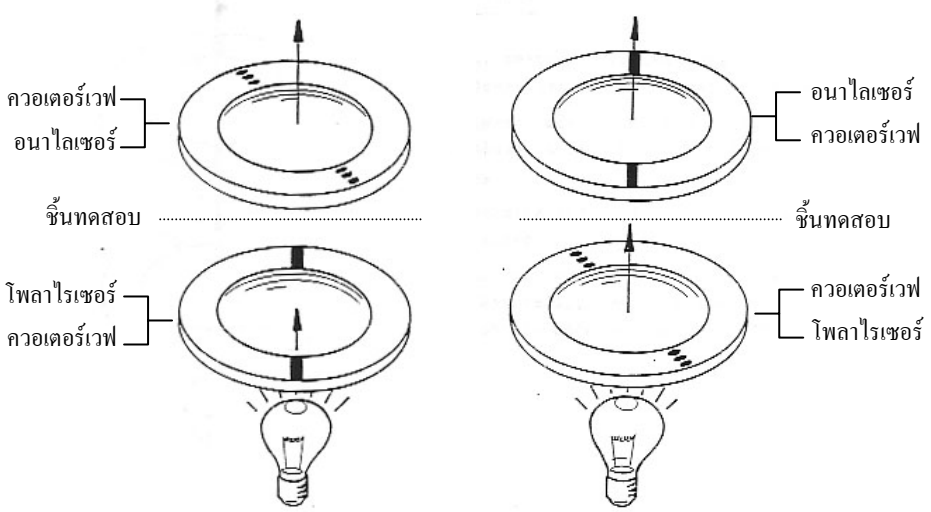
รูปที่ 7 ชุดทดลอง FL210 Overhead Polariscope ของ Gunt

มาตรวัดแบบหมุนที่ติดอยู่กับแท่นยึดจับชิ้นทดสอบตามรูปที่ 8 มีหน้าที่วัดการเปลี่ยนรูปของกรอบวงกลม ซึ่งมีความสัมพันธ์กับแรงที่กระทำต่อชิ้นทดสอบคือ เข็มยาวที่ชี้บนมาตรวัดขยับไป 1 ขีด มีค่าเท่ากับ แรง 5.54N



รูปที่ 8 มาตรวัดแบบหมุนติดอยู่กับแท่นยึดจับชิ้นทดสอบ

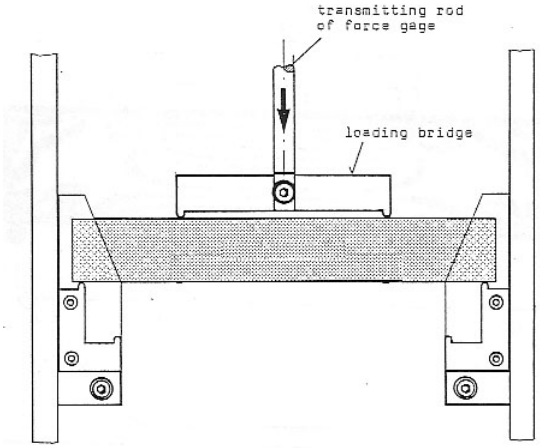
แผ่นฟิลเตอร์แต่ละแผ่นจะประกอบด้วยแผ่นโพลาไรซ์ (เป็นได้ทั้งโพลาไรเซอร์ และ อนาไลเซอร์) และแผ่นควอเตอร์เวฟประกบกันอยู่ โดยที่แผ่นควอเตอร์เวฟจะอยู่บนด้านที่มีจุดใหญ่และแผ่นโพลาไรซ์ อยู่ในด้านที่มีเส้นหนา ดังนั้นการจัดเรียงแผ่นฟิลเตอร์ทำได้ 2 แบบคือ แบบตัดแสงในแนวระนาบตามรูปที่ 9ก และแบบตัดแสงแนววงกลมตามรูปที่ 9ข



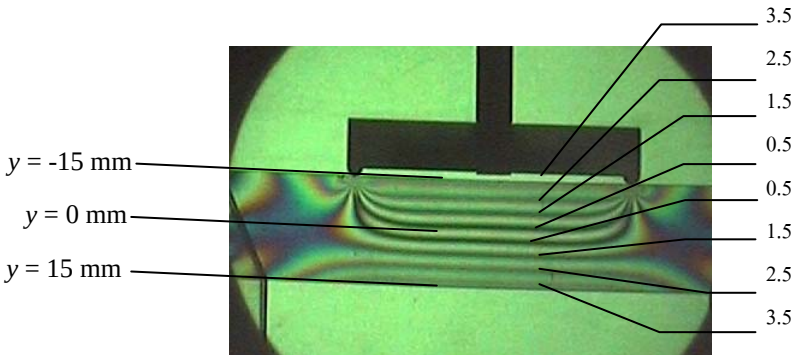
รูปที่ 9 การจัดแผ่นฟิลเตอร์ (ก) แบบตัดแสงในแนวระนาบ (ข) แบบตัดแสงแนววงกลม

วิธีทดลอง

1. ทำการสอบเทียบอุปกรณ์เพื่อหาค่า fringe value
   - ติดตั้งฟิลเตอร์ในแบบทรงกลม (bright field) และวางแผ่นฟิลเตอร์สีเขียวไว้ด้านล่าง
   - ติดตั้งชิ้นทดสอบแบบแผ่นตรง (หมายเลข 1 ในรูปที่ 7) เข้ากับแท่นยึดจับในลักษณะของการดัดคาน ด้วยแรงกระทำ 4 จุด (ใช้หัวกระจายแรงหมายเลข 2 ในรูปที่ 7) ตามรูปที่ 10
   - ทำการทดลองใส่แรงกดแล้วนับแถบจำนวนแถบมืด ตามรูปที่ 11 นำไปเปรียบเทียบกับค่าทางทฤษฎีเพื่อหาค่า fringe value (นำค่าที่ได้ไปใช้คำนวณความเค้นในการทดลองตอนที่ 2 และ 3)

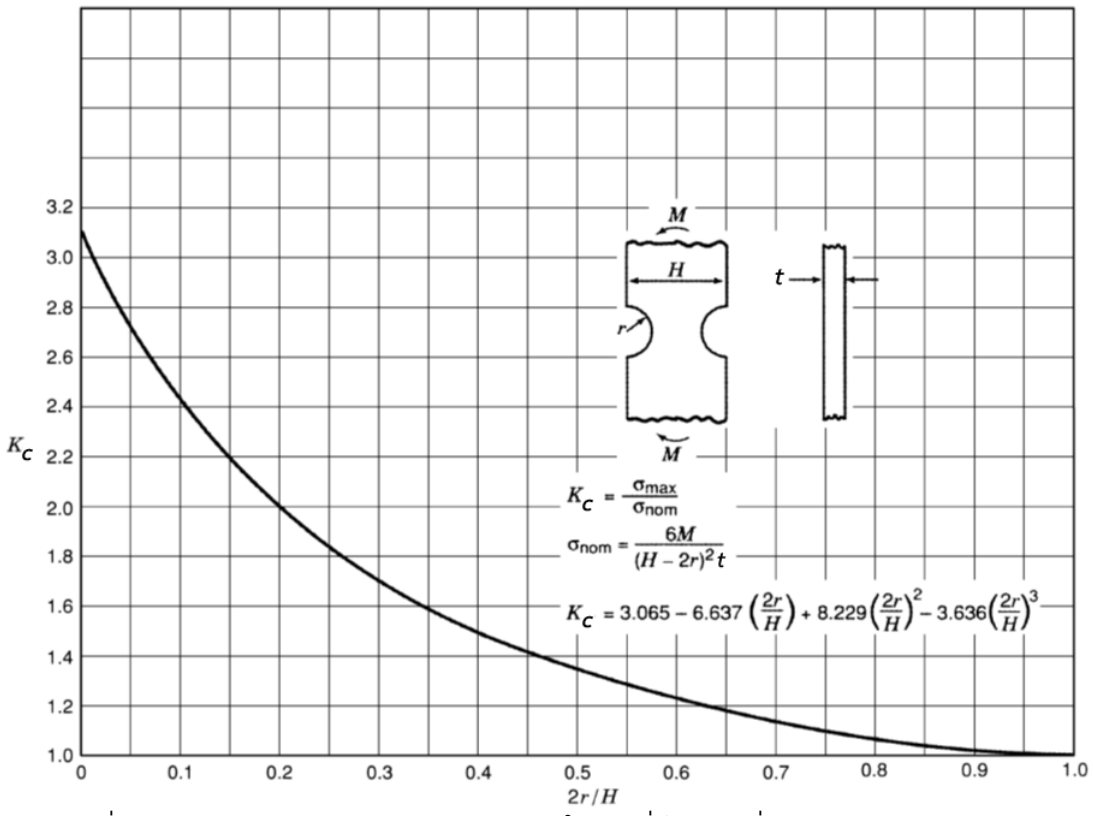


รูปที่ 10 การติดตั้งชุดทดลองเพื่อทำการดัดคานโดยใช้แรงกระทำ 4 จุด



รูปที่ 11 ตัวอย่างการนับจำนวนแถบมืดสำหรับการติดตั้งแบบ bright field

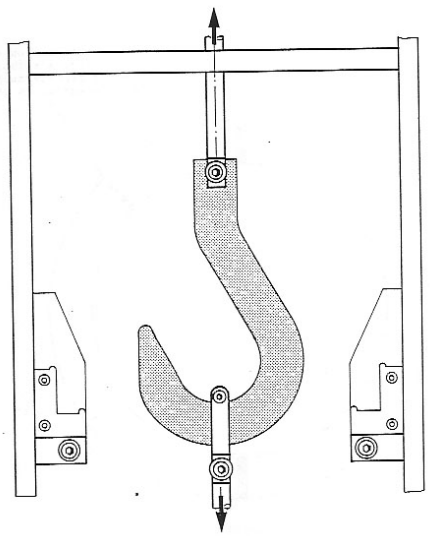
2. ใช้โพลาริสโคป ศึกษาปรากฏการณ์จุดรวมความเค้น
   - ทดลองดัดคานที่มีรอยเว้าตรงกลาง (ชิ้นทดสอบที่ 2 ในรูปที่ 7) ด้วยแรงกระทำ 4 จุด เหมือนตอนที่ 1 แล้วใส่แรงกดที่เหมาะสม
   - บันทึกรูปของแถบเส้นไอโซโครมาติก
   - วิเคราะห์หาค่าความเค้นสูงสุดที่เกิดบริเวณรอยเว้า โดยใช้สมการ (4)
   - คำนวณหาค่า stress concentration factor K_c
   - ทำซ้ำด้วยแรงกดขนาดต่างๆ เพื่อหาค่าเฉลี่ยของ K_c แล้วนำมาเปรียบเทียบกับกราฟในรูปที่ 12



รูปที่ 12 กราฟแสดงอิทธิพลของจุดรวมความเค้นในคานที่มีรอยเว้าที่ขอบนอก (Pilkey, 1997)

3. ใช้โพลาริสโคปตรวจดูการเกิดความเค้นในชิ้นทดสอบที่มีรูปร่างซับซ้อน

- ติดตั้งฟิลเตอร์ในแบบทรงกลมแถบสว่าง
- ติดตั้งชิ้นทดสอบรูปตะขอ (ชิ้นทดสอบที่ 8 ในรูปที่ 7) แล้วใส่แรงดึงที่เหมาะสม ดังรูปที่ 13
- บันทึกรูปของแถบเส้นไอโซโครมาติก
- อธิบายแถบการกระจายความเค้นในชิ้นงานจากแถบเส้นที่เห็น เปรียบเทียบกับทฤษฎี



รูปที่ 13 การติดตั้งชุดทดลองเพื่อทำการดึงชิ้นทดสอบรูปตะขอ

คำถามท้ายการทดลอง

1. จงบอกข้อดี-ข้อเสียของวิธีโฟโตอิลาสติก และเปรียบเทียบกับวิธีการวิเคราะห์ความเค้นแบบอื่นๆ
2. หากต้องการใช้อุปกรณ์โพลาริสโคปในการทดลองนี้ เพื่อหาความเค้นหลักแต่ละตัว (σ_1 และ σ_2) จะสามารถทำได้หรือไม่ อย่างไร
3. หากสร้างชิ้นทดสอบขึ้นเอง โดยซื้อแผ่นอคริลิกใสในท้องตลาดมาตัดให้เป็นรูปร่างที่ต้องการแล้วนำมาทดสอบหาความเค้นด้วยอุปกรณ์นี้ จะทำได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

เอกสารอ้างอิง

Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N., "Theory of Elasticity", 3rd edition McGraw Hill, 1970

Pilkey, W. D. and Pilkey, D. F., "Peterson's Stress Concentration Factors", 3rd edition, Wiley, 1997