

การออกแบบรูปร่างของชิ้นส่วนทางกลที่รับภาระไม่คงที่ด้วยการกระจายวัสดุที่เหมาะสม Design of Mechanical Parts for Variable Load using Optimum Material Distribution

ดุลยโชติ ชลศึกษ์

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต คลองหลวง ปทุมธานี, 12120

โทร 0-2564-3001 ต่อ 3149 โทรสาร 0-2564-3010 อีเมล cdulyach@engr.tu.ac.th

Dulyachot Cholaseuk

Mechanical Engineering Department, Faculty of Engineering, Thammasat University, Rangsit Campus, Patumthani, 12120

Tel. 0-2564-3001 ext. 3149, Fax. 0-2564-3010, Email cdulyach@engr.tu.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาวิธีการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของชิ้นส่วนทางกลที่รับภาระไม่คงที่ เป้าหมายในการออกแบบคือการลดมวลของชิ้นส่วนลงให้มากที่สุดโดยที่ความเค้นในชิ้นส่วนยังอยู่ในขีดจำกัดที่กำหนดไว้ วิธีการถูกพัฒนาเพื่อใช้กับกรณีภาระกระทำในสองมิติ กระบวนการออกแบบเริ่มจากแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์ของชิ้นส่วนเบื้องต้นที่มีการกระจายของวัสดุอย่างสม่ำเสมอ หลังจากทำการแก้ชุดสมการหาการกระจายของความเค้นสำหรับภาระที่เปลี่ยนแปลงแต่ละรูปแบบจนครบทุกรูปแบบแล้ว การกระจายความเค้นเสมือนจะถูกคำนวณขึ้นจากการยูเนียนการกระจายความเค้นที่เกิดจากภาระทุกรูปแบบ จากนั้นวัสดุจะถูกกระจายใหม่ลงในแต่ละเอลิเมนต์โดยใช้การปรับความหนาของเอลิเมนต์ตามความเค้นเสมือนที่เกิดขึ้น ณ เอลิเมนต์นั้นๆ เมื่อกระบวนการกระจายวัสดุเสร็จสมบูรณ์สำหรับภาระทุกรูปแบบแล้วเอลิเมนต์ที่ได้รับการกระจายวัสดุน้อยมากจะถูกตัดออก ทำให้รูปร่างของชิ้นส่วนพัฒนาเป็นรูปร่างใหม่ กระบวนการนี้จะถูกทำซ้ำจนกระทั่งไม่สามารถลดน้ำหนักลงได้อีก วิธีการนี้ถูกนำมาใช้ในการออกแบบคานที่รับภาระเคลื่อนที่ได้ ซึ่งจากผลการออกแบบพบว่าคานที่ออกแบบได้มีมวลลดลงอย่างมาก

Abstract

This research studies the optimum shape design methodology for mechanical parts under variable loads. The design objective is to reduce the mass of the part with a stress constraint. The method is developed for two dimensional load cases. The design process starts with a simple finite element model of the part with a uniform material distribution. Upon solving for stress distribution for each and every load cases, virtual stress distribution is computed from a union product of stress fields from every load cases. The material is then redistributed to each element by adjust the element thickness

according to the element's virtual stress. Once the redistribution process is completed, the elements that have relatively less material are removed and the designs evolve to its new shape. The process is reiterated until no further improvement can be obtained. The method is utilized in the design of a simply supported beam under moving load. The optimum design obtained has significant mass reduction

Keywords: Topology optimization, Robust optimum design.

1. บทนำ

วิธีการที่นำเสนอในบทความนี้ใช้แนวทางที่อิงกับวิศวกรรมของการเติบโตของสิ่งมีชีวิตในธรรมชาติ [1] กล่าวคือส่วนใดมีภาระมากส่วนนั้นก็จะขยายและเติบโต โดยในการคำนวณจะใช้ความเค้นเป็นตัวแทนของภาระของส่วนต่างๆบนวัตถุ และทำการปรับปริมาตรวัสดุในบริเวณต่างๆ ตามความเค้น ณ บริเวณนั้นๆ จนกว่าจะได้ชิ้นส่วนที่มีการกระจายความเค้นตามค่าที่ต้องการ อย่างสม่ำเสมอ (fully stressed design) ซึ่งข้อจำกัดของการออกแบบด้วยวิธีการที่นำเสนอนี้คือ ใช้ได้เฉพาะปัญหาที่มีเป้าหมายด้านการลดน้ำหนัก โดยมีข้อจำกัดเป็นความเค้น อย่างไรก็ตามในทางวิศวกรรมความเค้นเป็นสิ่งที่ใช้พยากรณ์ความเสียหายที่จะเกิดขึ้นในชิ้นส่วนทางกล เป้าหมายนี้จึงมีความเหมาะสมนอกจากนี้ในงานวิจัย [2] ที่พิสูจน์ว่ารูปร่างที่ออกแบบสำหรับข้อจำกัดด้านความเค้น เป็นรูปร่างเดียวกันกับ รูปร่างที่ได้จากเป้าหมายในการเพิ่มความแกร่ง (stiffness) ซึ่งเท่ากับเป็นการขยายผลของการออกแบบด้วยแนวทางที่นำเสนอให้ครอบคลุมเป้าหมายด้านความแกร่งด้วย

การปรับปริมาตรวัสดุในบริเวณต่างๆของชิ้นส่วนให้สัมพันธ์กับความเค้นในบริเวณนั้นๆ ในทางปฏิบัติด้วยการคำนวณเชิงตัวเลขโดยวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ จะใช้ความหนาของเอลิเมนต์เป็นตัวแทนของการกระจายวัสดุ โดยจะปรับความหนาของเอลิเมนต์ต่างๆเป็นสัดส่วนผกผันตรงกับความเค้น ณ เอลิเมนต์นั้นๆ ด้วยวิธีการนี้ผลลัพธ์ที่ได้จะ

สะท้อนถึงรูปร่างของชิ้นส่วนโดยตรง ต่างจากวิธีการอื่นที่ใช้การปรับค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่น [3, 4] ซึ่งไม่ได้เป็นตัวแทนของรูปร่างของชิ้นส่วนโดยตรง

การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของชิ้นส่วนที่ต้องรับภาระที่เปลี่ยนแปลงเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่สำหรับกรณีนี้ที่ชิ้นส่วนมีลักษณะเป็นแบบคาน สามารถพิสูจน์ด้วยทฤษฎีของคาน [5] ได้ว่ารูปร่างที่เหมาะสมที่สุดในลักษณะของคานที่รับความเค้นสม่ำเสมอสามารถหาได้โดยพิจารณาความเค้นเสมือน ซึ่งได้จากการยูเนียนสนามของความเค้นที่ได้จากการในรูปแบบต่างๆ โดยรายละเอียดจะกล่าวในหัวข้อต่อไป หัวข้อที่สามจะกล่าวถึงรายละเอียดของการปรับความหนาของเอลิเมนต์ และตามด้วยตัวอย่างการนำวิธีการไปใช้ในการออกแบบคานที่รับภาระเคลื่อนที่ได้ในหัวข้อที่สี่ ซึ่งพบว่าได้ผลลัพธ์เป็นที่น่าพอใจ

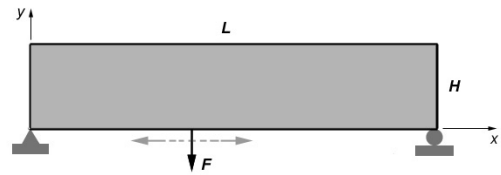
2. การหาความเค้นเสมือน

การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของชิ้นส่วนที่ต้องรับภาระที่เปลี่ยนแปลงเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่สำหรับกรณีนี้ที่ชิ้นส่วนมีลักษณะเป็นแบบคาน สามารถพิสูจน์ด้วยทฤษฎีของคาน [5] ได้ว่ารูปร่างที่เหมาะสมที่สุดในลักษณะของคานที่รับความเค้นสม่ำเสมอ (fully stressed beam) สามารถหาได้โดยพิจารณาความเค้นเสมือน ซึ่งได้จากการยูเนียน สนามของความเค้นที่ได้จากการในรูปแบบต่างๆ ดังตัวอย่างของคานในรูปที่ 1 ที่รับภาระเป็นแรงคงที่แต่เคลื่อนที่ได้ตลอดแนวความยาวของคาน ซึ่งในกรณีนี้การกระจายความเค้นจะเปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่งของแรงดั่งตัวอย่างในรูป 2(ก) และ 2(ข) ซึ่งแรงกระทำที่ระยะ $x = 0.2L$ และ $x = 0.4L$ ตามลำดับ

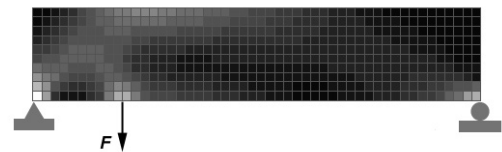
บทความนี้พยายาม การกระจายความเค้นเสมือน ว่าเป็นการกระจายของความเค้นที่ได้จากการยูเนียนการกระจายความเค้นที่เกิดขึ้นจากภาระทุกรูปแบบ ซึ่งในกรณีของตัวอย่างในรูปที่ 1 เมื่อทำการคำนวณด้วยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์โดยให้แรงกระทำที่โนดต่างๆ จะสามารถหาการกระจายของความเค้นเสมือน, S_v ได้จากสมการที่ (1)

$$S_v = \bigcup_{i=0}^n S_i \quad (1)$$

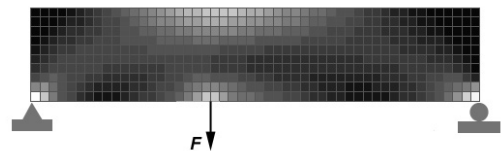
เมื่อ S_i คือการกระจายความเค้นบนคานเมื่อแรงกระทำที่โนด i โดยในกรณีตัวอย่างข้างต้นมีการแบ่งคานเป็น 50 เอลิเมนต์ตามแนวแกน x ค่า n จึงเป็น 50 การกระจายความเค้นเสมือนของกรณีในรูปที่ 1 แสดงในรูปที่ 2(ค)



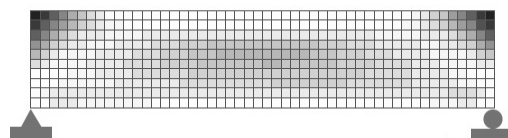
รูปที่ 1 คานที่รับแรงเคลื่อนที่ได้



(ก) S_{10} แรงกระทำที่ระยะ $x = 0.2L$



(ข) S_{20} แรงกระทำที่ระยะ $x = 0.4L$



(ค) การกระจายความเค้นเสมือน, S_v

รูปที่ 2 การกระจายความเค้นบนคานตรงเมื่อแรงกระทำที่ระยะต่างๆ (สีเข้มแสดงความเค้นสูง)

3. วิธีการกระจายวัสดุตามความเค้น

เมื่อได้สร้างแบบจำลองของชิ้นส่วนและทำการหาความเค้นเสมือนในชิ้นส่วนแล้ว จึงนำข้อมูลความเค้นเสมือนที่แต่ละเอลิเมนต์มาใช้ปรับความหนาของเอลิเมนต์นั้นๆโดยใช้สมการที่ (2)

$$t_i^j = t_i^j \frac{\sigma_i}{\sigma_{set}} \quad (2)$$

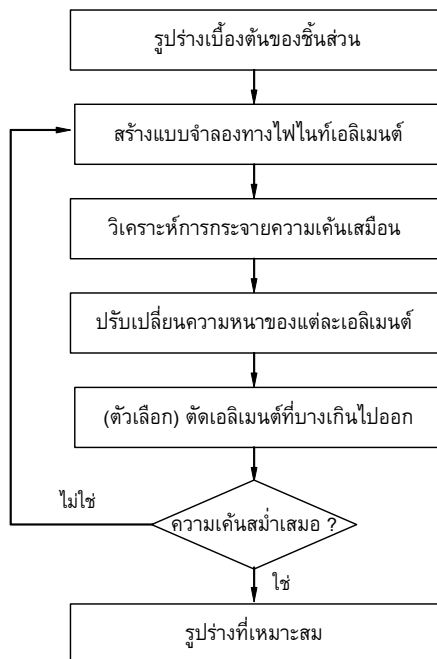
$$t_i^{j+1} = \min[(1-r)t_i^j + rt_i^j, t_{\max}]$$

เมื่อ t_i^j คือความหนาของเอลิเมนต์ i ของคานเดิม
 t_i^{j+1} คือความหนาค่าใหม่ของเอลิเมนต์ i
 $t_{\max}$ คือความหนาสูงสุดที่ยอมรับได้
 σ_i คือความเค้นเสมือนที่เอลิเมนต์ i
 σ_{set} คือความเค้นสูงสุดที่อนุญาตให้เกิดในชิ้นส่วน

และ r คือตัวแปรควบคุมความเร็วในการปรับค่าโดยที่ $0 < r \leq 1$

สำหรับทุกๆเอลิเมนต์ i หากความหนาของเอลิเมนต์ใดมีค่าต่ำกว่า $t_{\min}$ จะพิจารณาทำการตัดเอลิเมนต์นั้นออก ซึ่งขั้นตอนการตัดเอลิเมนต์นี้ อาจข้ามไปได้ในกรณีที่ไม่ต้องการให้เกิดช่องเปิดบนชิ้นส่วน เมื่อปรับความหนาเสร็จแล้วจะย้อนกลับไปคำนวณความเค้นเสมือนและปรับความหนาใหม่จนกว่าความเค้นในชิ้นส่วนจะมีค่าเข้าใกล้ σ_{set}

วิธีการออกแบบทั้งหมดที่กล่าวมาเมื่อนำมาพัฒนาเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์จะมีขั้นตอนการทำงานตามรูปที่ 3



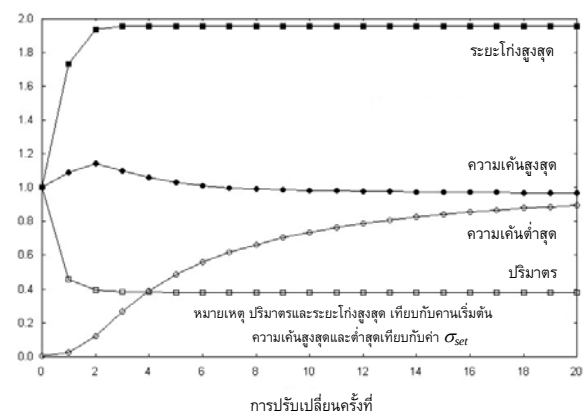
รูปที่ 3 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการออกแบบรูปร่างด้วยวิธีการกระจายวัสดุที่เหมาะสม

4. การออกแบบคานที่รับแรงเคลื่อนที่ได้

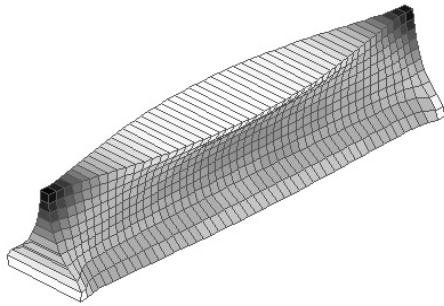
ชิ้นส่วนที่นำมาใช้ทดลองวิธีการออกแบบคือคานตรงตามรูปที่ 1 โดยมีสัดส่วน l/h เป็น 5 และมีความหนาเบื้องต้นเท่ากับ h ตลอดคาน การคำนวณทำแบบไร้หน่วยโดยใช้ค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่น $E = 1$ และ อัตราส่วนโพซอง $\nu = 0.3$ และแรงกระทำเป็น 1 หน่วย ความเค้นสูงสุดที่ยอมให้เกิดในชิ้นส่วน, σ_{set} ถูกกำหนดให้เท่ากับค่าสูงสุดที่เกิดขึ้นในคานเริ่มต้น ซึ่งเป็นค่าความเค้นที่ต้องการให้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอในคานที่ออกแบบแล้วเสร็จ จำนวนเอลิเมนต์ที่ใช้คือ 50×10 เอลิเมนต์

จากผลการออกแบบในรูปที่ 4 พบว่าค่าความเค้นเข้าสู่ค่า σ_{set} อย่างรวดเร็ว โดยผลลัพธ์สุดท้ายเกิดขึ้นที่การออกแบบครั้งที่ 20 โดยมีปริมาตรลดลงเหลือต่ำกว่า 40% ของปริมาตรเริ่มต้น ค่าความเค้นที่แสดงในรูปเป็นค่าที่เทียบกับค่าที่ต้องการ ระยะโก่งของคานมีค่ามากเป็นประมาณสองเท่าของคานเริ่มต้นซึ่งเป็นสิ่งปกติสำหรับการออกแบบด้วยการลวดวิสต์

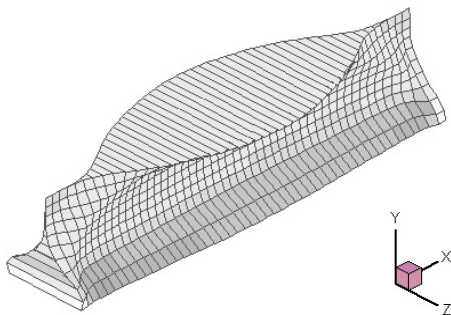
รูปร่างของคานที่ได้รับการออกแบบแสดงในรูปที่ 5(ข) เปรียบเทียบกับรูปร่างหลังการปรับเปลี่ยนครั้งแรกในรูปที่ 5(ก) โดยการขยายความหนา (แกน z) ขึ้นสามเท่าเพื่อความชัดเจน ในรูปดังกล่าวมีการใช้โทนสีแทนการกระจายความเค้นเสมือนในชิ้นส่วน โดยที่สีเข้มหมายถึงความเค้นต่ำ สีอ่อนลงหมายถึงความเค้นสูงขึ้น และสีอ่อนที่สุดคือสีขาวเป็นความเค้นที่เท่ากับค่า σ_{set} ซึ่งจะเห็นว่าคานที่ได้รับการออกแบบมีการกระจายความเค้นเสมือนที่สม่ำเสมอ นอกจากนี้เมื่อสังเกตหน้าตัดของคานที่ได้รับการออกแบบ ดังแสดงในรูปที่ 6 พบว่ามีลักษณะคล้ายตัวไอ ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้แสดงให้เห็นว่าวิธีการออกแบบที่น่าเสนอนี้สามารถใช้งานได้



รูปที่ 4 ความเค้น ปริมาตร และ ระยะโก่งสูงสุดของคานระหว่างการออกแบบ

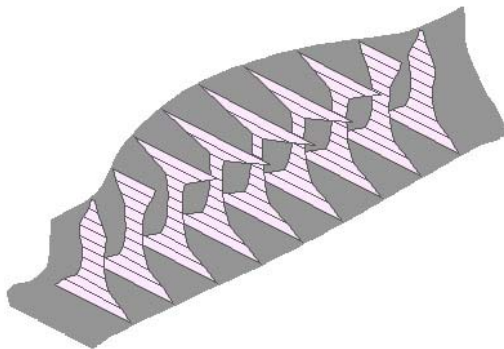


(ก) รูปร่างหลังจากทำการปรับเปลี่ยนครั้งแรก



(ข) รูปร่างที่ได้รับการออกแบบแล้วเสร็จ
(หลังการปรับเปลี่ยนครั้งที่ 20)

รูปที่ 5 รูปร่างและการกระจายความเค้นเสมือนของคานาที่ได้รับการออกแบบด้วยวิธีการกระจายวัสดุที่เหมาะสม



รูปที่ 6 รูปร่างหน้าตัดของคานาที่ได้รับการออกแบบด้วยวิธีการกระจายวัสดุที่เหมาะสม

5. สรุป

งานวิจัยนี้ศึกษาวิธีการออกแบบรูปร่างของชิ้นส่วนทางกล โดยอาศัยการกระจายวัสดุตามความเค้น โดยอาศัยสมมุติฐานของความสัมพันธ์ระหว่างความหนาและความเค้นของชิ้นส่วน ว่าเป็น

ความสัมพันธ์แบบผกผันตรง ซึ่งจากการนำไปใช้กับปัญหาการออกแบบที่นำเสนอในตัวอย่าง พบว่าวิธีการนี้ใช้การได้ดี โดยสามารถลดปริมาตรของชิ้นส่วนลงอย่างมากโดยที่ชิ้นส่วนที่ออกแบบได้มีความสามารถในการรับแรงตามที่ต้องการ และมีการกระจายของความเค้นอย่างสม่ำเสมอบนชิ้นส่วน การเข้าสู่ความเค้นระหว่างการออกแบบปรับความหนาแต่ละครั้งเป็นไปอย่างรวดเร็ว

วิธีการที่นำเสนอมีข้อดีคือ ใช้ระยะเวลาในการคำนวณไม่มาก เนื่องจากการคำนวณที่เกิดขึ้นเป็นการคำนวณความเค้นโดยวิธีการไฟไนท์เอลิเมนต์ตามปกติเท่านั้น ไม่มีการคำนวณค่าเกรเดียนต์ หรืออนุพันธ์ใดๆมาเกี่ยวข้อง อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์ความเค้นแบบสองมิติในงานวิจัยนี้ ใช้สมมุติฐานแบบความเค้นในระนาบ (plane stress) โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นจึงเหมาะกับการออกแบบชิ้นส่วนที่มีลักษณะบางเป็นหลัก หากมีการใช้ในชิ้นส่วนหนาเกินไปจะทำให้มีความผิดพลาดในการวิเคราะห์สูงเนื่องจากการกระจายที่ไม่สม่ำเสมอของความเค้นในแนวความหนา วิธีการนี้จึงเป็นวิธีการออกแบบรูปร่างของชิ้นส่วนในเบื้องต้น เพื่อให้ได้รูปร่างที่ใกล้เคียงกับรูปร่างที่เหมาะสม อันเป็นการช่วยประหยัดเวลาในการคำนวณวิเคราะห์แบบสามมิติ ในช่วงการออกแบบขั้นต้นลงได้มาก

6. กิตติกรรมประกาศ

ผลงานนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากคณะกรรมการส่งเสริมการวิจัยเสริมหลักสูตร มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ประจำปี พ.ศ. 2547 ผู้วิจัยขอขอบคุณมา ณ ที่นี้

เอกสารอ้างอิง

- [1] C. Mattheck, "Why they grow, how they grow – the mechanics of trees", Agricultural Journal, vol. 14, 1990, pp. 1-17
- [2] Q. Li, G. Steven and Y. Xie, "On equivalence between stress criterion and stiffness criterion in evolutionary structural optimization", Structural Optimization, vol. 18, pp. 67-73, 1999
- [3] M.P. Bendsoe, "Optimal shape design as a material distribution problem", Structural Optimization, vol. 1, 1989, pp. 193-202
- [4] N. Kikuchi, S. Nishiwaki, J. Fonseca and E. Silva, "Design optimization method for compliant mechanisms and material microstructure", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 151, 1998, pp. 401-417
- [5] ดุลยโชติ ชลศึกษ์, "การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของชิ้นส่วนเครื่องจักรกลสำหรับหลายจุดทำงาน", การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 17 15-17 ตุลาคม 2546 จังหวัดปราจีนบุรี